¿MERECE LA PENA APOSTAR?

Primera parte del desafío:

Definimos $L_1 = \{\text{Lanzar la moneda con dos caras}\}$ y $C = \{\text{Obtener cara en el lanzamiento}\}$. Debemos calcular $P(L_1|C)$. Para ello aplicaremos el teorema de Bayes,

$$P(L_1|C) = \frac{P(C|L_1)P(L_1)}{P(C|L_1)P(L_1) + P(C|L_1^c)P(L_1^c)},$$

donde L_1^c denota el complementario de L_1.

Las siguientes probabilidades son inmediatas,

$$P(C|L_1) = 1, \quad P(C|L_1^c) = 1/2 \quad P(L_1) = P(L_1^c) = 1/2.$$

Por tanto, $P(L_1|C) = 2/3$, con lo que apostaríamos por la moneda con dos caras.

Segunda parte del desafío:

Definimos los siguientes sucesos:

$D_1 = \{$ La moneda descartada es la de dos caras $\}$,

$D_2 = \{$ La moneda descartada es la de dos cruces $\}$,

$D_3 = \{$ La moneda descartada es la de una cara y una cruz $\}$ y

$CX = \{$El resultado obtenido es cara y cruz$\}$.

Por simetría, se tiene que $P(D_1|CX) = P(D_2|CX)$. Veamos cuánto vale dicha probabilidad. Aplicamos de nuevo el teorema de Bayes,

$$P(D_1|CX) = \frac{P(CX|D_1)P(D_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(CX|D_i)P(D_i)}.$$

Por otro lado,

$$P(CX|D_1) = 1/2, \quad P(CX|D_2) = 1/2 \quad \text{y} \quad P(CX|D_3) = 1.$$

$$P(D_1|CX) = \frac{\frac{1}{2}\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 1/4.$$

Por tanto no apostaríamos por la moneda con dos caras y sería indiferente apostar por la moneda con dos lados iguales.